

## 631 Fingerexperiment quantitativ

---

Wenn man einen Becher mit Wasser auf eine Küchenwaage stellt und einen Finger in den Becher nur ein kleines Stück eintaucht, dann zeigt die Waage eine scheinbar größere Masse an.

In den Physikbüchern wird beschrieben, dass die Waage ohne Finger die Masse des Wassers zusammen mit der Masse des Becherglases anzeigt. Wenn man nun den Finger in das Becherglas taucht, dann erfährt der Finger einen Auftrieb im Wasser – das ist eine Kraft vom Wasser auf den Finger nach oben auf den Finger.

Die Reactio auf den „Verursacher“ dieser Actio-Auftriebskraft auf den Finger – nämlich das Wasser – erfährt eine gleich große Reactio nach unten. Diese Reactio-Kraft drückt die Waage zusätzlich nach unten ... und die Waage zeigt damit eine „scheinbar größere Masse“ an.

Dieses Experiment führe ich regelmäßig im Anfangsunterricht vor – und vor allem ist es ein kleine Überraschung an Besuchstagen – oder am Tag der offenen Türe.

Und regelmäßig kommt dann die Frage, kann man das auch „rechnerisch“ – also quantitativ – aus den Grundlagen der „Auftriebsphysik“ ableiten ... also gibt es eine „Deduktion“ zu diesem für manche überraschendes Phänomen?

### Arbeitsauftrag ganz offen

Zeigen Sie mit Hilfe einer Deduktion, dass die Waage beim Eintauchen des Fingers eine Massenzunahme zeigt, die genau der Masse des verdrängten Wassers entspricht.

### Arbeitsauftrag offen

Zeigen Sie, dass der hydrostatische Druck am Boden des Gefäßes nach folgender Formel berechnet werden kann:

$$p = (\rho \cdot g \cdot h) + (\rho \cdot g \cdot \Delta h)$$

Welche Kraft wirkt damit auf die Waage und welche Masse zeigt die deshalb an?

### Arbeitsauftrag enger

- [01] Gehen Sie davon aus, dass das Becherglas auf der Waage ein exakter Zylinder ist und die Masse des Becherglases vernachlässigbar klein ist. Welche Masse zeigt dann die Waage?
- [02] Welcher Hydrostatische Druck existiert am Boden des Becherglases. Bestimmen Sie diesen hydrostatischen Druck als Funktion der Wasserdichte, des Ortsfaktors und der Höhe des Wasserspiegels im Becherglas.
- [03] Welche Kraft wirkt dann auf den Boden der Waage? Welche Masse zeigt die Waage deshalb an?
- [04] Beim Eintauchen des Fingers steigt die Wasserhöhe von  $h$  auf  $h + \Delta h$ . Welcher hydrostatische Druck herrscht dann am Boden der Waage? Welche Kraft wirkt dann auf die Waage? Welche Masse zeigt die Waage dann an.
- [05] Der hydrostatische Druck am Boden eines Gefäßes hängt nur von der Dichte der Flüssigkeit, der Höhe der Flüssigkeit und dem Ortsfaktor ab. Er ist völlig unabhängig von der Form des Gefäßes! Dass die Gefäßform für den hydrostatischen Druck am Boden völlig belanglos ist, widerspricht bei einigen Experimenten der „Anschauung“ und wird deshalb „Hydrostatische Paradoxon“ genannt. Recherchieren Sie experimentelle Effekte, die auf diesem Paradoxon beruhen.

## Lösungshinweise

Wir gehen davon aus, dass das Becherglas eine vernachlässigbare Masse hat und ein Wasserzylinder mit der Höhe  $h$  und der Querschnittsfläche  $A$  vorliegt. Der Ortsfaktor ist  $g$ , die Wasserdichte  $\rho$

Für den hydrostatischen Druck gilt:  $p_{\text{hydroDruckBoden}} = \frac{F_{\text{Becherglas}}}{A_{\text{Becherglas}}}$  mit  $F_{\text{Becherglas}} = m_{\text{Wasser}} \cdot g$

ergibt sich:  $p_{\text{hydroDruckBoden}} = \frac{m_{\text{Wasser}} \cdot g}{A_{\text{Becherglas}}}$  und mit  $m_{\text{Wasser}} = V_{\text{Wasser}} \cdot \rho$  und  $V_{\text{Wasser}} = A \cdot h$

ergibt sich:  $p_{\text{hydroDruckBoden}} = \frac{A \cdot h \cdot \rho \cdot g}{A}$  und damit  $p_{\text{hydroDruckBoden}} = h \cdot \rho \cdot g$

Für die Kraft auf die Waage ergibt sich dann nach Kraft = Druck · Fläche:

$$F_{\text{Boden}} = A \cdot h \cdot \rho \cdot g ..$$

Wird der Finger in den Becher getaucht, dann steigt der Wasserspiegel um  $\Delta h$  ... und wir haben am Boden des Gefäßes einen hydrostatischen Druck von:

$$p_{\text{hydroDruckBoden}} = (h + \Delta h) \cdot \rho \cdot g \quad \dots \text{ oder } p_{\text{hydroDruckBoden}} = h \cdot \rho \cdot g + \Delta h \cdot \rho \cdot g$$

Für die Kraft auf die Waage ergibt sich dann nach Kraft = Druck · Fläche:

$$F_{\text{Boden}} = A \cdot (h \cdot \rho \cdot g + \Delta h \cdot \rho \cdot g) .. \text{ oder } F_{\text{Boden}} = A \cdot h \cdot \rho \cdot g + A \cdot \Delta h \cdot \rho \cdot g$$

Hierbei steht der erste Term für die Auftriebskraft ohne eingetauchten Finger ... der zweite Term stellt die zusätzliche Kraft auf den Boden des Becherglases dar, weil der Wasserspiegel durch das Eintauchen des Fingers um  $\Delta h$  höher steht und damit eine erhöhter hydrostatischer Druck am Boden auftritt ... und damit zwangsläufig auch die Kraft auf den Boden höher wird.

Diesen Term  $\Delta F = A \cdot \Delta h \cdot \rho \cdot g$  kann man umschreiben: V-verdrängtes Wasser =  $A \cdot \Delta h$  ... und m-verdrängtes Wasser =  $\rho \cdot A \cdot \Delta h$  ... und Gewichtskraft auf das verdrängte Wasser =  $\rho \cdot A \cdot \Delta h \cdot g$ . Damit wird deutlich, dass  $\Delta F$  genau die Gewichtskraft auf das durch den Finger verdrängten Wassers ist.